2012 年 医学部 第 4 問

$\boxed{4}$ 座標平面上の点 P$(x,\ y)$ が $t \geqq 0$ に対して

$$x = 1 - e^{-3t}, \quad y = 8 - 3t - 8e^{-3t}$$

で表されるとき，以下の問いに答えよ．

(1) $t \to \infty$ のとき x の極限値は

$$\lim_{t\to\infty} x = \boxed{\text{ア}}$$

であり，$t = 0$ のとき

$$\frac{dy}{dt} = \boxed{\text{イウ}}$$

となる．また，任意の t に対して

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \boxed{\text{エ}}\,\frac{dx}{dt} = \boxed{\text{オ}},$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \boxed{\text{カ}}\,\frac{dy}{dt} = \boxed{\text{キク}}$$

が成り立つ．

(2) $\dfrac{dy}{dx} = 0$ となる t の値を α とすると，$e^{\alpha} = \boxed{\text{ケ}}$ となる．このときの x の値を β とすると，$\beta = \dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ であり，y の値は $\boxed{\text{シ}} - \boxed{\text{ス}}\,\alpha$ である．

(3) $0 \leqq t \leqq \alpha$ に対して点 P の描く曲線と，直線 $x = \beta$ および x 軸で囲まれた部分の面積は $\dfrac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タチ}}} + \dfrac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}\alpha$ となる．