



2013年 医学部 第2問

2 動点 P, Q, R は, 時刻 $t = 0$ においてすべて点 A(3, 0) にあり, 原点 O(0, 0) を中心とする半径 3 の円周上を反時計まわりに移動する. 時刻 t において $\angle AOP = t$, $\angle AOQ = 2t$, $\angle AOR = 3t$ である. 以下, t は $0 < t < \pi$ を満たすものとする.

(1) 時刻 t において, 三角形 PQR の面積 S は,

$$S = \boxed{\text{ア}} \sin t - \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}} \sin(\boxed{\text{エ}} t)$$

と表わせる. 面積 S は $t = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} \pi$ のとき最大値 $\frac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}} \sqrt{\boxed{\text{コ}}}$ をとる.

(2) 点 R から直線 PQ に下ろした垂線の足を H とする. 時刻 t において, 行列

$$\begin{pmatrix} \cos \frac{3}{2}t & \sin \frac{3}{2}t \\ -\sin \frac{3}{2}t & \cos \frac{3}{2}t \end{pmatrix}$$

で表わされる 1 次変換により, 点 H は

$$\left(3 \cos\left(\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} t\right), 3 \sin\left(\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} t\right) \right)$$

に移動する. OH^2 は $\cos t = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ソ}}}}{\boxed{\text{タ}}}$ を満たす時刻 t において最大値 $\boxed{\text{チ}} + \boxed{\text{ツ}} \sqrt{\boxed{\text{テ}}}$ をとる.

(3) 時刻 t の変化にともない, 線分 PR の中点が描く軌跡を C とする. 点 O を極とし, 半直線 $\alpha \vec{OA}$ ($\alpha \geq 0$) を始線としたとき, 曲線 C の極方程式は, 極座標 (r, θ) を用いて

$$r = \boxed{\text{ト}} \cos\left(\frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}} \theta\right)$$

と表わされる.