2012年 医学部 第3問

$\boxed{3}$ $0 < \theta < \dfrac{\pi}{3}$ を満たす θ と正の実数 p に対して，$a_1 = \log_4(p\sin\theta)$，$a_2 = \log_4(\sin 2\theta)$，$a_3 = \log_4(\sin 3\theta)$ とする．

(1) $a_1 = a_2 = a_3$ となるのは，

$$p = \frac{\boxed{\text{ア}} + \sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウ}}}, \quad \theta = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}\pi$$

のときである．

(2) 3つの数 a_1，a_2，a_3 がこの順に等差数列をなしているとする．このとき，

$$p > \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$$

となる．p をこの範囲で変化させたとき，$a_2 + a_3$ が最大となるのは，

$$\cos^2\theta = \frac{\boxed{\text{クケ}} + \sqrt{\boxed{\text{コサシ}}}}{\boxed{\text{スセ}}}, \quad p = \frac{\boxed{\text{ソ}} + \sqrt{\boxed{\text{コサシ}}}}{\boxed{\text{タチ}}}$$

のときである．

(3) $p = 2$ で，a_1，a_2，a_3 がこの順に等差数列をなしているとき，この数列の初項 a_1 および公差 d は

$$a_1 = \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}, \quad d = \frac{\boxed{\text{トナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}$$

である．この初項と公差を持つ等差数列 $\{a_k\}$ $(k = 1, 2, 3, \cdots)$ に対して，極限値

$$\alpha = \lim_{n \to \infty} \sum_{k=1}^{n} 2^{2a_k}$$

を定義すると，α は2次方程式

$$x^2 - \boxed{\text{ヌ}}\,x - \boxed{\text{ネ}} = 0$$

の解となっている．