

2012年理工A方式第2問

2 $\triangle ABC$ において、 $AB + AC = 1$ および $\angle ABC = \frac{\pi}{2}$ が成り立つとする。

$AB = x$ とすると、 x のとり得る値の範囲は $\square{\text{ケ}} < x < \frac{\square{\text{コ}}}{\square{\text{サ}}}$ であり、 BC を x を用いて表すと $BC = \sqrt{\square{\text{シ}} - \square{\text{ス}}x}$ である。このとき $\triangle ABC$ の面積を $f(x)$ とおくと、その導関数は

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{\square{\text{シ}} - \square{\text{ス}}x}} \left(\frac{\square{\text{セ}}}{\square{\text{ソ}}} - \frac{\square{\text{タ}}}{\square{\text{チ}}}x \right)$$

であるので、 $x = \frac{\square{\text{ツ}}}{\square{\text{テ}}}$ のとき $f(x)$ は最大となる。このとき $\angle BCA = \frac{\square{\text{ト}}}{\square{\text{ナ}}}\pi$ である。