熊本大学

2012年 理系 第3問

$\boxed{3}$ 2つの関数 $f(x)=\int_0^x e^t(\sin t+\cos t)\,dt$ と $g(x)=\int_0^x e^t(\cos t-\sin t)\,dt$ について，以下の問いに答えよ．

(1) $f(x)$ と $g(x)$ を求めよ．

(2) $f^{(n)}(x)$ と $g^{(n)}(x)$ をそれぞれ $f(x)$ と $g(x)$ の第 n 次導関数とする．

(a) $n \geqq 2$ のとき，$f^{(n)}(x)$ および $g^{(n)}(x)$ を，$f^{(n-1)}(x)$ と $g^{(n-1)}(x)$ を用いて表せ．

(b) $\{f^{(n)}(x)\}^2+\{g^{(n)}(x)\}^2$ を求めよ．

(c) 実数 a について，$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{e^{2a}}{\{f^{(n)}(a)\}^2+\{g^{(n)}(a)\}^2}$ の和を求めよ．