

2015年理(数・物・化)第3問

3 不等式  $\frac{x}{x-1} \geq 0$  を満たす実数  $x$  の範囲を定義域とする関数

$$f(x) = 3x \sqrt{\frac{x}{x-1}}$$

について、以下の問いに答えよ。

- (1) 関数  $f(x)$  の定義域を求めよ。
- (2)  $a_1 = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$ ,  $a_2 = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$  とする。  $a_1$ ,  $a_2$  の値を求めよ。
- (3) (2) の  $a_1$ ,  $a_2$  に対して、  $b_1 = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - a_1x)$ ,  $b_2 = \lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - a_2x)$  とする。  $b_1$ ,  $b_2$  の値を求めよ。
- (4) 関数  $f(x)$  の極小値を求めよ。
- (5) 曲線  $y = f(x)$  の漸近線の方程式を求めよ。
- (6)  $k$  を定数とするとき、方程式  $f(x) = k$  の実数解の個数を求めよ。