



2015年 基幹理工・創造理工・先進理工 第4問

4 N を3以上の自然数とする. 1から N までの数字が書かれた N 枚のカードを用意し, AとBの二人で次のようなゲームを行う. まずAは, 1から N までの数のうちから一つ選びそれを K とし, その数はBに知らせずにおく. その後, 以下の試行を何度も繰り返す.

Bは N 枚のカードから無作為に一枚引いてAにその数を伝え, Aは引かれた数字が K より大きければ「上」, K 以下であれば「以下」とBに答え, Bはその答から K の範囲を絞り込む. 引いたカードは元へ戻す.

このとき, n 回以下の試行でBが K を確定できる確率を $P_N(n)$ で表す. 次の問に答えよ.

- (1) $K = 1$ のとき, $P_3(1)$, $P_3(2)$, $P_3(3)$ を求めよ.
- (2) $K = 2$ のとき, $P_3(1)$, $P_3(2)$, $P_3(3)$ を求めよ.
- (3) $K = 1, 2, \dots, N$ について $P_N(n)$ を求めよ.
- (4) 自然数 c に対して, 極限值 $\lim_{N \rightarrow \infty} P_N(cN)$ を求めよ.