

2014年 第2問

 数理  
石井K

2 下の表のように奇数が並んでいる。上から  $m$  行、左から  $n$  列にある数を  $a_{m,n}$  と表す。例えば  $a_{2,3} = 15$  である。このとき、次の問いに答えよ。

1	3	7	13	21
5	9	15	23	...
11	17	25	...	...
19	27	...	...	...
29	...	...	...	...

- (1)  $a_{1,n}$  を  $n$  を用いて表せ。  
 (2) 上の表の  $a_{1,n}$  と  $a_{n,1}$  を結ぶ直線上にあるすべての数の集合を第  $n$  群と呼ぶ。例えば第 3 群は  $\{7, 9, 11\}$  である。このとき、第  $n$  群に含まれるすべての数の和を  $n$  を用いて表せ。  
 (3) 251 は (2) で定めた第何群にあるか。また、 $a_{m,n} = 251$  とするとき、 $m$  と  $n$  を求めよ。

$$(1) a_{1,n+1} - a_{1,n} = 2n \text{ より. } a_{1,n} = 1 + \sum_{k=1}^{n-1} 2k \quad (n \geq 2)$$

$$\therefore \underline{a_{1,n} = n^2 - n + 1} \quad \text{これは } n=1 \text{ のときも成り立つ}$$

$$(2) \text{ 求める和を } S_n \text{ とおくと, } S_n = a_{1,n} + (a_{1,n+2}) + (a_{1,n+4}) + \dots + (a_{1,n+2(n-1)})$$

$$= n \cdot (n^2 - n + 1) + \frac{1}{2} \cdot \{2 + 2(n-1)\} \cdot (n-1)$$

$$= \underline{n^3} //$$

$$(3) (2) \text{ より. } \quad \text{第 } n \text{ 群の平均を求めると, } \quad = \frac{n^3}{n} = n^2$$

$$\therefore 16^2 = 256 \text{ より. } a_{8,9} = 255, a_{7,10} = 253, a_{6,11} = 251$$

$$\therefore \underline{m = 6, n = 11} //$$