0001835544618999

富山大学

2014年第3問

数理 石井K

3 曲線 $y=f(x)=x^3-3x^2+x+6$ を C_1 とする．このとき，次の問いに答えよ．

(1) 曲線 C_1 の接線で点 $(-1,\ f(-1))$ を通るもののうち，傾きの小さいものを ℓ_1，傾きの大きいものを ℓ_2 とする．ℓ_1，ℓ_2 の方程式を求めよ．

(2) $g(x)$ を x の2次式とし，曲線 $y=g(x)$ を C_2 とする．曲線 C_2 が，曲線 C_1 と直線 ℓ_1 の共有点および曲線 C_1 と直線 ℓ_2 の共有点を通るとき，$g(x)$ を求めよ．

(3) 曲線 C_2 と直線 ℓ_1，ℓ_2 によって囲まれた図形の面積 S を求めよ．

(1) $f'(x)=3x^2-6x+1$　接点を $(t,\ t^3-3t^2+t+6)$ とおくと．

接線は．$y=(3t^2-6t+1)(x-t)+t^3-3t^2+t+6$

$\therefore y=(3t^2-6t+1)x-2t^3+3t^2+6$

これが，$(-1,\ f(-1))$ すなわち $(-1,1)$ を通るので，$1=-2t^3+6t+5$

$\therefore 2t^3-6t-4=0$　$\therefore 2(t+1)^2(t-2)=0$　$\therefore t=-1,2$

$\therefore$ $\underline{\ell_1: y=x+2\ ,\ \ell_2: y=10x+11}$ //

(2) C_1 と ℓ_1 の交点は．接点 $(2,4)$ と $(-1,1)$

C_2 と ℓ_2 の交点は 接点 $(-1,1)$ と もう1点 ― 次で求める．

$x^3-3x^2+x+6-10x-11=x^3-3x^2-9x-5=0$

解と係数の関係より．$-1-1+\alpha=3$　$\therefore \alpha=5$　$\therefore$ もう1点は $(5,61)$

$\therefore g(x)=ax^2+bx+c$ とおくと．$(2,4)$ を通るので，$4=4a+2b+c$ …①

$(-1,1)$ 〃　$1=a-b+c$ …②

$(5,61)$ 〃　$61=25a+5b+c$ …③

①，②，③より．$a=3,\ b=-2,\ c=-4$　$\therefore$ $\underline{g(x)=3x^2-2x-4}$ //

(3) $S=(\text{三角形})-\int_2^5 3x^2-2x-4-x-2\,dx$

$=\frac{1}{2}\times 54\times 6-\left[x^3-\frac{3}{2}x^2-6x\right]_2^5$

$=162-\left(125-\frac{75}{2}-30\right)+(8-6-12)$

$=\underline{\frac{189}{2}}$ //