



2016年全学部第4問

4 曲線 $C: y = x^3 - 12x$ とその上の点 $A(1, -11)$ がある。このとき、次の問いに答えよ。

(1) 点 A を通る曲線 C の接線 2 本を求めよ。

(2) 曲線 $y = x^3 + px^2 + qx + r$ と直線 $y = mx + n$ が異なる 3 点で交わるとき、その交点の x 座標を左から a, b, c とする。曲線と直線の囲む部分の左側、右側の面積をそれぞれ S, S' とするとき、

$$S - S' = \frac{1}{6}(c - a)^3 \left(b - \frac{a + c}{2} \right)$$

を示せ。

(3) 点 A を通り、(1) で求めた 2 直線の傾きの間の値を傾きとしてもつ直線 l と曲線 C の囲む 2 つの部分の面積が等しい。このとき、直線 l を求めよ。ここで、(2) から $b = \frac{a + c}{2}$ のとき、 $S = S'$ となることに注意せよ。