



2015年工学部(1日目)第2問

数理
石井K

2 関数 $f(x) = 3x^2 + 5$ のグラフ上の点 $(-2, f(-2))$ における接線を l_1 とし、直線 $x = k$ (ただし、 $k \neq -2$) を l_2 とするとき、次の各問に答えよ。

(1) 接線 l_1 の方程式を求めよ。

(2) 関数 $f(x)$ のグラフと接線 l_1 、直線 l_2 で囲まれた図形の面積が $\frac{125}{8}$ となるとき、定数 k の値を求めよ。

$$(1) f(-2) = 17$$

$$f'(x) = 6x$$

$$\therefore l_1: y = -12(x+2) + 17$$

$$\therefore l_1: y = -12x - 7$$

(2) (i) $k > -2$ のとき。

$$S = \int_{-2}^k 3x^2 + 5 - (-12x - 7) dx$$

$$= 3 \int_{-2}^k (x+2)^2 dx$$

$$= 3 \left[\frac{1}{3}(x+2)^3 \right]_{-2}^k$$

$$= (k+2)^3$$

$$\therefore (k+2)^3 = \left(\frac{5}{2}\right)^3$$

$$\therefore k+2 = \frac{5}{2}$$

$$\therefore k = \frac{1}{2}$$

(ii) $k < -2$ のとき。(i)と同様にして

$$S = \int_k^{-2} 3x^2 + 5 - (-12x - 7) dx$$

$$= -(k+2)^3$$

$$\therefore -(k+2)^3 = \left(\frac{5}{2}\right)^3$$

$$\therefore k+2 = -\frac{5}{2}$$

$$\therefore k = -\frac{9}{2}$$

(i), (ii)より、 $k = \frac{1}{2}, -\frac{9}{2}$ //

