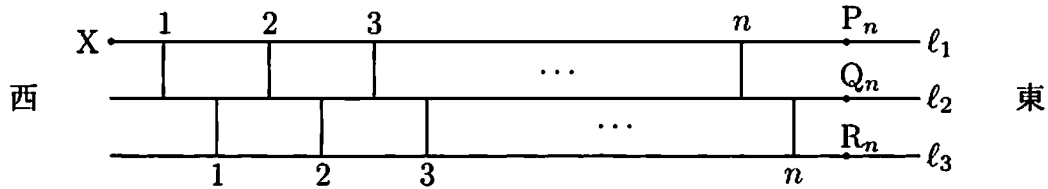




2016年 総合理工 (数理・情報システム) 第1問

1  $n$  を自然数とする. 下図のように, 3本の平行な道路  $l_1, l_2, l_3$  があり,  $l_1, l_2$  をつなぐ縦の道と,  $l_2, l_3$  をつなぐ縦の道がそれぞれ  $n$  本ずつ, 交互に配置されているとする.



次の規則に従い図の  $X$  から出発して  $P_n, Q_n, R_n$  に到達する経路の個数をそれぞれ  $a_n, b_n, c_n$  とする.

(規則)  $l_1, l_2, l_3$  は一方通行であり, 西方向には進むことができない. また, 一度通った縦の道を再び通ることもできない.

次の問いに答えよ.

- (1)  $a_2, b_2$  を求めよ.
- (2)  $a_{n+1}$  を  $a_n, b_n$  を用いて表せ.
- (3)  $b_n = c_n$  が成り立つことを証明せよ.
- (4)  $a_1, b_1, a_2, b_2, \dots, a_k, b_k, \dots$  と順に並べてできる数列を  $\{f_n\}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) とする.  $f_{n+2}$  を  $f_n, f_{n+1}$  を用いて表せ. また, それを用いて  $a_7$  を求めよ.