

2012年 教育学部 (中等数学) 第4問

4 関数 $f(x) = 2\sin x - x\cos x$ ($0 \leq x \leq \pi$) について、次の問いに答えよ。

- (1) $f(x)$ の導関数を $f'(x)$ とするとき、 $\frac{\pi}{2} \leq a \leq \pi$ および $f'(a) = 0$ を満たす a がただ1つ存在することを示せ。
- (2) (1) の a を用いて、関数 $y = f(x)$ の増減、グラフの凹凸および変曲点を調べ、そのグラフの概形をかけ。
- (3) (1) の a について、 $0 < t < a$ とするとき、

$$S(t) = \int_0^a |f(x) - f(t)| dx$$

が最小となるような t の値を a を用いて表せ。