



2010年工学部第4問

4  $x$  の微分可能な関数を成分とする行列  $M = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix}$  に対し、 $M$  の各成分を  $x$  で微分した行列

$\begin{pmatrix} m'_{11} & m'_{12} \\ m'_{21} & m'_{22} \end{pmatrix}$  を  $M'$  と表す。  $a_{11}$ ,  $a_{12}$ ,  $a_{21}$ ,  $a_{22}$  および  $b_{11}$ ,  $b_{12}$ ,  $b_{21}$ ,  $b_{22}$  を  $x$  の微分可能な関数とし、

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$$

とおく。

- (1) 等式  $(AB)' = A'B + AB'$  が成り立つが、これを (1, 2) 成分について確かめよ。
- (2)  $A$  はすべての  $x$  について逆行列  $A^{-1}$  を持つとする。このとき (1) の等式を用いて、 $A'A^{-1} + A(A^{-1})'$  を求めよ。
- (3)  $A$  はすべての  $x$  について逆行列を持つとする。 $(A^{-1})'$  を  $A^{-1}$ ,  $A'$  を用いて表せ。