

2015年情報科・工第4問



4 空間内に3点 $A(-1, 1, 1)$, $B(1, -1, 1)$, $C(1, 1, -1)$ が与えられている。

- (1) $|\vec{AB}|$ の値は $\frac{2\sqrt{2}}{\text{ア}}$ である。
- (2) $|\vec{AX}| = |\vec{BX}| = |\vec{CX}| = 2$ となる点 $X(a, b, c)$ のうち, $a > 0$ となる点を D とする。 D の座標は $\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}$ イ である。 $(1, 1, 1)$
- (3) $\triangle ABC$ の重心 G の座標は $\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}$ ウ である。
- (4) $\vec{DG} \cdot \vec{AB}$ の値は $\frac{0}{\text{エ}}$ である。 0
- (5) 四面体 $ABCD$ の体積は $\frac{4}{3}$ オ である。

$$(1) \vec{AB} = (2, -2, 0) \quad \therefore |\vec{AB}| = \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 0^2} = 2\sqrt{2} //$$

$$(2) |\vec{AX}| = \sqrt{(a+1)^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2} = 2 \quad \therefore (a+1)^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2 = 4 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\text{同様に } |\vec{BX}| = |\vec{CX}| = 2 \text{ も考える。} \quad (a-1)^2 + (b+1)^2 + (c-1)^2 = 4 \quad \dots \textcircled{2}$$

$$(a-1)^2 + (b-1)^2 + (c+1)^2 = 4 \quad \dots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \text{ より } 4a - 4b = 0 \quad \therefore a = b$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{3} \text{ より } 4b - 4c = 0 \quad \therefore b = c$$

$$\text{以上より } a = b = c \quad \text{これを } \textcircled{1} \text{ に代入して } (a+1)^2 + 2(a-1)^2 = 4$$

$$\therefore (3a+1)(a-1) = 0 \quad \therefore a = -\frac{1}{3}, 1 \quad a > 0 \text{ より } \underline{D(1, 1, 1)} //$$

$$(3) G\left(\frac{-1+1+1}{3}, \frac{1-1+1}{3}, \frac{1+1-1}{3}\right) \quad \therefore G\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right) //$$

$$(4) \vec{DG} = -\frac{2}{3}(1, 1, 1) \quad \therefore \vec{DG} \cdot \vec{AB} = -\frac{2}{3} \cdot (1, 1, 1) \cdot (2, -2, 0) = 0 //$$

$$(5) \vec{AC} = (2, 0, -2) \quad \therefore |\vec{AC}| = 2\sqrt{2} \quad \vec{BC} = (0, 2, -2) \quad \therefore |\vec{BC}| = 2\sqrt{2}$$

$\therefore AB = BC = AC$ となり $\triangle ABC$ は正三角形

$$\begin{aligned} \therefore \text{四面体 } ABCD \text{ の体積 } V \text{ は } & V = \frac{1}{3} \times \triangle ABC \times DG \\ & = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} \times \sin 60^\circ \times \frac{2}{3} \cdot \sqrt{3} \\ & = \underline{\underline{\frac{4}{3}}} // \end{aligned}$$

