



2012年理系第3問

3  $A = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}$  ( $b \neq 0$ ) が表す1次変換を  $f$  とする. 点  $P(c, 0)$  ( $c > 0$ ) を考える. 次の問いに答えよ.

(1) 次の ① から ④ を数値でうめよ.

点  $Q(3, 4)$  を, 点  $R(1, 2)$  を中心として反時計まわりに  $\frac{\pi}{3}$  だけ回転した点の座標は

$$\begin{pmatrix} \cos \frac{\pi}{3} & -\sin \frac{\pi}{3} \\ \sin \frac{\pi}{3} & \cos \frac{\pi}{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 - \text{①} \\ 4 - \text{②} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \text{①} \\ \text{②} \end{pmatrix}$$

を計算することにより, ( ③ , ④ ) である.

(2)  $B = \begin{pmatrix} \cos \frac{\pi}{3} & -\sin \frac{\pi}{3} \\ \sin \frac{\pi}{3} & \cos \frac{\pi}{3} \end{pmatrix}$ ,  $V = \begin{pmatrix} c \\ 0 \end{pmatrix} - A \begin{pmatrix} c \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $O = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  とおく.

点  $P$  を, 点  $f(P)$  を中心として反時計まわりに  $\frac{\pi}{3}$  だけ回転した点が  $(f \circ f)(P)$  と一致するという条件を  $A, B, V, O$  を用いて表すと, ( ⑤ )  $V = O$  と表すことができる.  $A$  と  $B$  を用いて ⑤ をうめよ.

(3) 3点  $P, f(P), (f \circ f)(P)$  が正三角形の3つの頂点をなすとき,  $a, b$  の値を求めよ.

(4) (3) の正三角形の1辺の長さが1になるとき,  $c$  の値を求めよ.