香川大学

2013年 教育学部・農学部 第2問

数理 石井K

$\boxed{2}$ 数列 $\{a_n\}$ を次のように定める．

$$a_1 = 2, \quad \begin{cases} a_n < 100 \text{ のとき，} & a_{n+1} = a_n + 3 \\ a_n \geqq 100 \text{ のとき，} & a_{n+1} = a_n - 100 \end{cases}$$

このとき，次の問に答えよ．

(1) $a_n > a_{n+1}$ を満たす最小の自然数 n を m とおく．m，a_m および $\sum_{k=1}^{m} a_k$ を求めよ．

(2) a_{105} および $\sum_{k=1}^{105} a_k$ を求めよ．

(1) $a_1 = 2,\ a_2 = 5,\ a_3 = 8,\ \cdots,\ a_{33} = 98,\ a_{34} = 101$

ここまでは．数列 $\{a_n\}$ は初項2，公差3の等差数列となっていて．$a_n = 3n - 1$

よって．$a_1 < a_2 < a_3 < \cdots < a_{33} < a_{34}$

また，$a_{34} = 101 \geqq 100$ より．$a_{35} = a_{34} - 100 = 1$

よって，$a_{34} > a_{35}$　$\therefore \underline{m = 34}$ // で $\underline{a_m = 101}$ //

$$\sum_{k=1}^{m} a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_{34}$$
$$= \frac{1}{2} \cdot 34 \cdot (2 + 101)$$
$$= \underline{1751} \text{ //}$$

← 等差数列の和は

$\boxed{S = \frac{1}{2} \cdot (\text{項数}) \cdot (\text{初項} + \text{末項})}$

(2) $a_{35} = 1,\ a_{36} = 4,\ a_{37} = 7,\ \cdots,\ a_{68} = 100,$

$a_{69} = 0,\ a_{70} = 3,\ a_{71} = 6,\ \cdots,\ a_{102} = 99,\ a_{103} = 102,$

$a_{104} = 2,\ \underline{a_{105} = 5}$ //

$a_1 \sim a_{34}$，$a_{35} \sim a_{68}$，$a_{69} \sim a_{103}$，a_{104}，a_{105} に分けて和を考えると，

$$\sum_{k=1}^{105} a_k = 1751 + \frac{1}{2} \cdot 34 \cdot (1 + 100) + \frac{1}{2} \cdot 35 \cdot (0 + 102) + 2 + 5$$
$$= 1751 + 1717 + 1785 + 7$$
$$= \underline{5260} \text{ //}$$