岩手大学

2013年 理工学部 第3問

$\boxed{3}$ 座標空間内で4点O(0, 0, 0)，A(3, 0, 0)，B(0, 4, 0)，C(0, 0, 3)を頂点とする四面体OABCを考える．辺AB上の点をD，辺AC上の点をE，線分DE上の点をPとする．線分DEは辺BCに平行とする．$\overrightarrow{AD}=\alpha\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{DP}=\beta\overrightarrow{DE}$とするとき，次の問いに答えよ．ただし，$\alpha$，$\beta$は実数とし，$0<\alpha<1$，$0<\beta<1$とする．

(1) $\overrightarrow{OP}$を$\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AC}$，α，βによって表し，次に$\overrightarrow{OP}$を成分表示せよ．

(2) $\overrightarrow{OP}$が$\overrightarrow{DE}$に垂直となるPの座標をαを用いて表せ．

(3) $\overrightarrow{OP}$が$\overrightarrow{DE}$と$\overrightarrow{AP}$の両方に垂直となるαの値を求めよ．

(4) 点Oから△ABCに下ろした垂線の交点をHとする．Hの座標を求めよ．