

福井大学

2016年工学部第2問

2 四面体 OABC において、辺 OA, OB, OC のどの 2 辺も互いに直交し、長さがすべて 1 である。3 点 O, B, C を通る平面上に点 D を

$$OD = 1, \quad 0^\circ < \angle BOD < 90^\circ, \quad 0^\circ < \angle COD < 90^\circ$$

となるようにとり、 $\angle BOD = \theta$, $\cos \theta = x$ とおく。線分 AB を $(x+2) : x$ に外分する点を E, 線分 AC を $x : (1-x)$ に内分する点を F, 三角形 DEF の重心を G とする。 $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$, $\vec{OC} = \vec{c}$ とおくと、以下の問いに答えよ。

- (1) \vec{OD} を, x , \vec{b} , \vec{c} を用いて表せ。また, \vec{OG} を, x , \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} を用いて表せ。
- (2) 点 G が 3 点 O, B, C を通る平面上にあるような x の値を求めよ。
- (3) \vec{OG} と \vec{DF} の内積の最小値と, そのときの x の値を求めよ。