



2011年 理学部・工学部 第3問

3 単位行列  $E$  と行列  $A = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & -1 \end{pmatrix}$  について、次の問いに答えよ。

- (1)  $A^2 = pE + qA$  となる実数  $p, q$  の値を求めよ。  
(2) 自然数  $n$  に対して、関係式

$$E + A + A^2 + \cdots + A^{2n-1} + A^{2n} = x_n E + y_n A$$

をみたす実数  $x_n, y_n$  を、 $n$  を用いて表せ。

- (3) 極限值  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n, \lim_{n \rightarrow \infty} y_n$  を求めよ。  
(4) 実数  $x, y$  をそれぞれ  $x = \lim_{n \rightarrow \infty} x_n, y = \lim_{n \rightarrow \infty} y_n$  で定めるとき

$$xE + yA = (E - A)^{-1}$$

であることを示せ。