

2013年 理工学部 第1問

1 次の に適する数または式を記入せよ。

- (1) 行列 $A = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ \sin \alpha & -\cos \alpha \end{pmatrix}$ と $B = \begin{pmatrix} \cos \beta & \sin \beta \\ \sin \beta & -\cos \beta \end{pmatrix}$ ($0 < \beta < \alpha < 2\pi$) の積 AB の $(1, 1)$ 成分は $\theta = \alpha - \beta$ を用いて表すと となり, $(1, 2)$ 成分は θ を用いて表すと となる. ここで点 $P_1(\sqrt{2}, \sqrt{2})$ が AB で表される 1 次変換によって点 $P_2\left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}\right)$ に移るとすると $\theta =$ となる. このとき, $(AB)^{25}$ で表される 1 次変換によって点 P_1 が移る点の x 座標は となり, $((AB)^{-1})^{2013}$ で点 P_1 が移る点の x 座標は となる.
- (2) 関数 $f(x) = (ax^2 + bx)e^{-x^2}$ は $x = \frac{1}{2}$ で極大値 1 をとるとする. このとき, $a =$, $b =$ であり, $f(x) > 0$ を満たす範囲は $0 < x <$ となる. この区間で関数 $g(x) = \log f(x)$ を考える. 曲線 $C: y = g(x)$ の点 $\left(1, -\frac{3}{4}\right)$ における接線の方程式は $y =$ となり, 曲線 C と直線 $y = k$ が共有点をもたない k の値の範囲は となる.