

2010年医学部第3問

3 座標平面上に  $P_0(1, 0)$  を取る.  $P_0$  を通り  $y$  軸と平行な直線と曲線  $C: y = \frac{5x+3}{x+3}$  との交点を  $P_1(x_1, y_1)$  とする. 次に,  $P_1$  を通り  $x$  軸に平行な直線と直線  $l: y = x$  との交点を  $P_2(x_2, y_2)$  とする. さらに,  $P_2$  を通り  $y$  軸と平行な直線と  $C$  との交点を  $P_3(x_3, y_3)$  とし,  $P_3$  を通り  $x$  軸に平行な直線と直線  $l$  との交点を  $P_4(x_4, y_4)$  とする. 以下この操作を続けて点列  $P_5(x_5, y_5), P_6(x_6, y_6), \dots, P_n(x_n, y_n), \dots$  を定める. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) 曲線  $C$  のグラフを描け. また, その漸近線を求めよ.
- (2)  $z_n = \frac{x_{2n-1} - 3}{x_{2n-1} + 1}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) とおくと,  $\frac{z_{n+1}}{z_n}$  を求めよ.
- (3) 数列  $\{z_n\}$  はどのような数列か. また, その一般項  $z_n$  を求めよ.
- (4) 数列  $\{x_n\}$  の一般項  $x_n$  を求めよ. さらに, 極限  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$  を求めよ.