

2016年医学部第3問

3  $a$  を正の実数とする. 点  $P$  は曲線  $C_a : y = e^{ax}$  上を, 点  $Q$  は直線  $y = x$  をそれぞれ動く. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) 曲線  $C_a$  と直線  $y = x$  が共有点をもたないような  $a$  の値の範囲を求めよ.
- (2) (1) で求めた範囲にある  $a$  に対して, 線分  $PQ$  の長さの最小値を  $d(a)$  とする.  $PQ$  の長さが  $d(a)$  となる曲線  $C_a$  上の点を  $P_a$  とする.
  - (i)  $d(a)$  を求めよ.
  - (ii) 点  $P_a$  における曲線  $C_a$  の接線の傾きを求めよ.
  - (iii)  $a$  が (1) で求めた範囲を動くときの点  $P_a$  の軌跡を求め, その概形を図示せよ.
- (3)  $d(a)$  の最大値と, そのときの  $a$  の値を求めよ.