2011 年 第 2 問

$\boxed{2}$ △ABC の頂点を通らない直線 ℓ が，辺 AC，辺 BC の B 方向への延長線，および辺 AB と，それぞれ点 P，Q，R で交わり，

$$\mathrm{AP} : \mathrm{PC} = \alpha : 1, \quad \mathrm{CQ} : \mathrm{QB} = \beta : 1$$

であるとする．$\overrightarrow{\mathrm{CA}} = \vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{CB}} = \vec{b}$ として，次の各問に答えよ．

（1）$\overrightarrow{\mathrm{CR}}$ を α，β，$\vec{a}$，$\vec{b}$ で表し，等式 $\dfrac{\mathrm{AP}}{\mathrm{PC}} \cdot \dfrac{\mathrm{CQ}}{\mathrm{QB}} \cdot \dfrac{\mathrm{BR}}{\mathrm{RA}} = 1$ を証明せよ．

（2）△QRB，△BCR，△APR の面積比が $1:2:3$ のとき，△APR と △CPR の面積比を求めよ．

（3）(2) のとき，直線 CR と直線 AQ の交点を D とする．線分の長さの比 AD：QD を求めよ．