2011 年 第 4 問

$\boxed{4}$ 行列 $A = \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}$, $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ に対して，$N = A - kE$ とおく．ただし，k は実数の定数である．このとき，次の各問に答えよ．

(1) $N^2 = O$ となるように，k の値を定めよ．ただし，O は零行列である．

(2) n を正の整数として，A^n を求めよ．

(3) 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ が

$$a_1 = b_1 = 1, \quad a_{n+1} = -a_n - 4b_n, \quad b_{n+1} = 4a_n + 7b_n$$

で与えられるとき，一般項 a_n, b_n をそれぞれ n を用いて表せ．