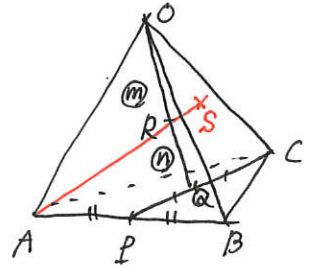




2014年文系第2問

2 四面体OABCにおいて、ABの中点をP、PCの中点をQ、OQを $m:n$ に内分する点をRとする。ただし、 $m > 0$ 、 $n > 0$ とする。さらに直線ARが平面OBCと交わる点をSとする。 $\vec{a} = \vec{OA}$ 、 $\vec{b} = \vec{OB}$ 、 $\vec{c} = \vec{OC}$ とにおいて以下の問いに答えよ。

- (1)  $\vec{OP}$ 、 $\vec{OQ}$ を $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$ を用いて表せ。  
 (2)  $\vec{OR}$ 、 $\vec{OS}$ を $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$ 、 $m$ 、 $n$ を用いて表せ。  
 (3)  $\frac{AR}{RS}$ を $m$ 、 $n$ を用いて表せ。

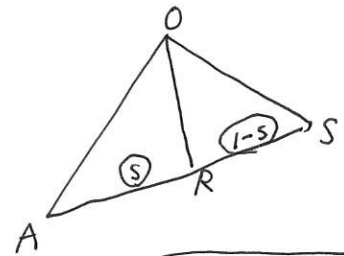


$$(1) \vec{OP} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$$

$$\begin{aligned} \vec{OQ} &= \frac{1}{2}\vec{OP} + \frac{1}{2}\vec{OC} \\ &= \frac{1}{4}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c} \end{aligned}$$

$$(2) \vec{OR} = \frac{m}{m+n}\vec{OQ}$$

$$= \frac{m}{4(m+n)}(\vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c}) \quad \dots \textcircled{1}$$



$$\vec{OS} = x\vec{b} + y\vec{c} \text{ とおく。}$$

点Rが線分ASを $s:1-s$  ( $s > 0$ ) に内分するとすれば、 $\vec{OR} = s\vec{OS} + (1-s)\vec{OA}$

$$= sx\vec{b} + sy\vec{c} + (1-s)\vec{a}$$

$$x = \frac{m}{3m+4n}$$

$$y = \frac{2m}{3m+4n}$$

①と係数を比較して。

$$\begin{cases} 1-s = \frac{m}{4(m+n)} \\ sx = \frac{m}{4(m+n)} \\ sy = \frac{2m}{4(m+n)} \end{cases}$$

$$\therefore \vec{OS} = \frac{m}{3m+4n}(\vec{b} + 2\vec{c})$$

(3) (2) の  $s$  を用いると

$$\begin{aligned} \frac{AR}{RS} &= \frac{s}{1-s} \\ &= \frac{\frac{3m+4n}{4(m+n)}}{\frac{m}{4(m+n)}} \\ &= 3 + \frac{4n}{m} \end{aligned}$$