奈良教育大学

2014年 第5問

$\boxed{5}$ nを正の整数とする．次の命題を証明せよ．

(1) n^2が奇数ならば，nは奇数である．

(2) n^3が5で割り切れるならば，nは5で割り切れる．

(1) 対偶をとると，

「nは偶数ならば，n^2は偶数である」となる．

$n=2k$（kは正の整数）とすると，

$n^2=4k^2$となり 偶数になる よって対偶が真であるから

元の命題も真である．

(2) 対偶をとると，

「nが5で割り切れないならば，n^3も5で割り切れない」

(i) $n=5k\pm1$（kは整数）~~とおくと~~．のとき．

$$n^3=(5k\pm1)^3=125k^3\pm75k^2+15k\pm1$$
$$=5(25k^3\pm15k^2+3k)\pm1$$

となり．n^3も5で割り切れない

(ii) $n=5k\pm2$（kは整数）のとき

$$n^3=(5k\pm2)^3=125k^3\pm150k^2+60k\pm8$$
$$=5(25k^3\pm30k^2+12k\pm1)\pm3$$

となり．n^3も5で割り切れない

(i)，(ii)より．対偶が真となり．元の命題も真である．