

2012年 教育学部 第5問

5 関数 $f(x) = x^2 - 2$ に対して、 $y = f(x)$ のグラフ上の点 $(a, f(a))$ における接線と x 軸との交点の x 座標を $g(a)$ とおく。ただし、 $a > 0$ とする。また $x_1 = 4$ とし、 $n = 1, 2, 3, \dots$ に対して $x_{n+1} = g(x_n)$ とおく。次の問に答えよ。

- (1) $y = f(x)$ のグラフ上の点 $(4, 14)$ におけるグラフの接線の方程式を求めよ。
- (2) どのような自然数 n に対しても $x_n > 0$ であることを数学的帰納法によって証明せよ。
- (3) x_3 を求めよ。
- (4) どのような自然数 n に対しても $x_{n+1} \geq \sqrt{2}$ であることを、相加平均と相乗平均の大小関係を使って証明せよ。