



2014年 理学部・医学部 第4問

4 k は1以上の整数であるとする。連続した整数が書かれた $2^k - 1$ 枚のカードが1組あり、その中に無作為に選ばれた当たりが一枚だけ含まれているとする。次のようなルールで当たりのカードにたどりつくことを考える。

- (i) カードのうち、ちょうど真ん中の整数の書かれたカードをひく。それが当たりなら終了する。
- (ii) ハズレならば、真ん中の整数より大きいカードの組と小さいカードの組に分ける。
- (iii) 当たりのカードの含まれた組を教えてもらい、その組に対して、(i)に戻って繰り返す。

このルールのもとで、ひいたカードの枚数の期待値を E_k とおく。このとき、次の問いに答えなさい。

- (1) E_1, E_2, E_3, E_4 を求めよ。
- (2) E_{k+1} を E_k を用いて表せ。
- (3) $d_k = E_k - \frac{1}{2^k}(E_k + 1)$ とおくとき、 d_k のみたす漸化式を求めよ。
- (4) E_k を求めよ。
- (5) $\lim_{k \rightarrow \infty} (E_k - k)$ を求めよ。ただし、 $\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{k}{2^k} = 0$ であることを用いてもよい。