



2014年 理学部・医学部 第4問

4  $k$  は1以上の整数であるとする. 連続した整数が書かれた  $2^k - 1$  枚のカードが1組あり, その中に無作為に選ばれた当たりが一枚だけ含まれているとする. 次のようなルールで当たりのカードにたどりつくことを考える.

- (i) カードのうち, ちょうど真ん中の整数の書かれたカードをひく. それが当たりなら終了する.
- (ii) ハズレならば, 真ん中の整数より大きいカードの組と小さいカードの組に分ける.
- (iii) 当たりのカードの含まれた組を教えてもらい, その組に対して, (i)に戻って繰り返す.

このルールのもとで, ひいたカードの枚数の期待値を  $E_k$  とおく. このとき, 次の問いに答えなさい.

- (1)  $E_1, E_2, E_3, E_4$  を求めよ.
- (2)  $E_{k+1}$  を  $E_k$  を用いて表せ.
- (3)  $d_k = E_k - \frac{1}{2^k}(E_k + 1)$  とおくとき,  $d_k$  のみたす漸化式を求めよ.
- (4)  $E_k$  を求めよ.
- (5)  $\lim_{k \rightarrow \infty} (E_k - k)$  を求めよ. ただし,  $\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{k}{2^k} = 0$  であることを用いてもよい.