



2016年 教育学部 第1問



1 次の問いに答えよ。

- (1) $\log_4 6$, $\log_8 9$, $\log_9 8$ を小さい順にならべよ。
 (2) 関数 $y = \log_{\frac{1}{2}}(5-x) + \log_{\frac{1}{8}}(x-1)^3$ の最小値を求めよ。

(1) 底と真数の大小に注目すると、

$$\log_4 6 > 0, \log_8 9 > 0, \log_9 8 < 0$$

また、底の変換公式より、

$$\log_4 6 = \frac{\log_2 6}{\log_2 4} = \frac{1}{2}(1 + \log_2 3)$$

$$\log_8 9 = \frac{\log_2 9}{\log_2 8} = \frac{2}{3} \log_2 3$$

$$\begin{aligned} \therefore \log_4 6 - \log_8 9 &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_2 3 - \frac{2}{3} \log_2 3 \\ &= \frac{3 - \log_2 3}{6} \\ &= \frac{1}{6} \log_2 \frac{8}{3} \\ &> 0 \end{aligned}$$

$$\therefore \log_4 6 > \log_8 9 \quad \text{以上より、} \quad \underline{\log_9 8 < \log_8 9 < \log_4 6} //$$

- (2) 真数条件より、
- $5-x > 0$
- かつ
- $x-1 > 0$
- $\therefore 1 < x < 5 \dots \textcircled{1}$

$$\begin{aligned} y &= \frac{\log_2(5-x)}{\log_2 \frac{1}{2}} + \frac{\log_2(x-1)^3}{\log_2 \frac{1}{8}} \\ &= -\log_2(5-x) - \log_2(x-1) \end{aligned}$$

$$= \log_2 \frac{1}{(5-x)(x-1)}$$

$$= \log_2 \frac{1}{-(x-3)^2 + 4}$$

$$\therefore \underline{y \text{ の最小値は } -2 \text{ (} x=3 \text{ のとき)}} //$$

①をみ直す。