



2015年 理工学部 第3問

3 箱に色のついた玉を入れておく。箱から玉を1個取り出して色を確認し箱に戻す試行に対し、次の問に答えよ。

- (1) 箱に赤玉と白玉をそれぞれ1個以上、合わせて40個入れ試行を2回行う。このとき、赤玉と白玉を1個ずつ取り出す確率が $\frac{21}{50}$ となるには、赤玉を何個入れればよいか。ただし、白玉より赤玉を多く入れるものとする。
- (2) 箱に赤玉、白玉、黒玉をそれぞれ1個以上、合わせて40個入れるとき、取り出した玉が赤なら1点、白なら0点、黒なら-1点を得るとする。箱に入れた白玉と黒玉がともに n 個のとき、試行を2回行って得点が0点になる確率を $P(n)$ とする。このとき、 $P(n)$ を n を用いて表せ。また、 $P(n)$ が $\frac{1}{5} \leq P(n) \leq \frac{1}{4}$ を満たす n をすべて求めよ。

(1) 赤玉を m 個 ($20 < m < 40$) 入れるとき、白玉は $40 - m$ 個入っている。

∴ 赤玉と白玉を1個ずつ取り出す確率は、

$$\frac{m}{40} \cdot \frac{40-m}{40} \cdot 2 = \frac{21}{50} \quad \therefore m(40-m) = 336$$

$$20 < m < 40 \text{ より, } m = 28 \quad \therefore \underline{28 \text{ 個}} //$$

(2) 赤玉 $40 - 2n$ 個、白玉 n 個、黒玉 n 個 ($1 \leq n < 20$) が入っている。

(赤, 黒), (黒, 赤), (白, 白) のとき得点は0点になるから

$$\begin{aligned} P(n) &= \frac{40-2n}{40} \cdot \frac{n}{40} \cdot 2 + \left(\frac{n}{40}\right)^2 \\ &= \frac{80n - 3n^2}{1600} // \end{aligned}$$

$$\frac{1}{5} \leq P(n) \leq \frac{1}{4} \iff \frac{1}{5} \leq \frac{80n - 3n^2}{1600} \leq \frac{1}{4}$$

$$\iff 320 \leq 80n - 3n^2 \leq 400 \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{連立} \\ \text{2次不等式を解く!} \end{array}$$

$$\therefore \underline{n = 5, 6} //$$