

佐賀大学

2011年 理工学部 第3問

3 関数

$$f(t) = \int_1^t \frac{\log x}{x+t} dx \quad (t > 0)$$

を考える。ただし、対数は自然対数とする。

(1) この定積分を $x = ty$ によって置換することにより、

$$f(t) = \log t \int_{t^{-1}}^1 \frac{1}{y+1} dy + \int_{t^{-1}}^1 \frac{\log y}{y+1} dy$$

を示せ。

(2) $\frac{d}{dt} \int_{t^{-1}}^1 \frac{\log y}{y+1} dy = -\frac{\log t}{t(t+1)}$ を示せ。

(3) 導関数 $f'(t)$ を求めよ。

(4) 関数 $f(t)$ の極値を求めよ。