

2015年工学部第1問

1 直線  $L$  を  $2x + y = 4n$  とする。ただし、 $n$  は自然数とする。原点を  $O$  とし、直線  $L$  と  $x$  軸との交点を  $A$ 、直線  $L$  と  $y$  軸との交点を  $B$  とした三角形  $OAB$  を考える。以下の問いに答えよ。

- (1) 交点  $A$  および交点  $B$  の座標をそれぞれ求めよ。
- (2) 直線  $M$  を  $x = k$  (ただし  $k = 0, 1, \dots, 2n$ ) とするとき、直線  $L$  と直線  $M$  の交点  $P$  の座標を求めよ。
- (3) (2) の直線  $M$  上の格子点 ( $x$  座標および  $y$  座標がともに整数である点) のうち、三角形  $OAB$  の周上および内部にある格子点の総数  $T_k$  を求めよ。
- (4) 三角形  $OAB$  の周上にある格子点および内部にある格子点の総数  $T_n$  を求めよ。
- (5) 三角形  $OAB$  の面積  $S_n$  を求めよ。また、(4) で得られた格子点の総数  $T_n$  と面積  $S_n$  の比に関する次の極限を求めよ。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{T_n}{S_n}$$