



2016年理系第2問

2 次の条件によって定められる数列  $\{a_n\}$  を考える.

$$a_1 = 1, \quad a_2 = 0, \quad a_{n+2} - a_n = 3 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

また,  $b_n = a_{n+1} - a_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) とおく.

(1)  $b_1$  を求めなさい. また,  $b_{n+1}$  を  $b_n$  で表しなさい.

(2) 数列  $\{b_n\}$  の一般項を求めなさい.

(3) 数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めなさい.

$$(1) \quad b_1 = a_2 - a_1 = \underline{-1} //$$

$$a_{n+2} - a_n = 3 \text{ より, } a_{n+2} - a_{n+1} + a_{n+1} - a_n = 3$$

$$\text{よって, } b_{n+1} + b_n = 3$$

$$\therefore \underline{b_{n+1} = -b_n + 3} //$$

$$(2) \quad b_{n+1} - \frac{3}{2} = -(b_n - \frac{3}{2})$$

$\therefore$  数列  $\{b_n - \frac{3}{2}\}$  は初項  $b_1 - \frac{3}{2} = -\frac{5}{2}$ , 公比  $-1$  の等比数列

$$\therefore b_n - \frac{3}{2} = -\frac{5}{2} \cdot (-1)^{n-1}$$

$$\therefore \underline{b_n = \frac{3}{2} - \frac{5}{2} \cdot (-1)^{n-1}} //$$

$$\rightarrow b_n = \begin{cases} -1 & (n: \text{奇数}) \\ 4 & (n: \text{偶数}) \end{cases}$$

(3) (2) より,  $n \geq 2$  のとき

$$\begin{aligned} a_n &= a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} \left\{ \frac{3}{2} - \frac{5}{2} \cdot (-1)^{k-1} \right\} \\ &= 1 + \frac{3}{2}(n-1) - \frac{5}{2} \cdot \frac{1 - (-1)^{n-1}}{1 - (-1)} \\ &= \frac{3}{2}n - \frac{7}{4} + \frac{5}{4} \cdot (-1)^{n-1} \end{aligned}$$

これは  $n=1$  のときも成り立つ

$$\text{よって, } \underline{a_n = \frac{3}{2}n - \frac{7}{4} + \frac{5}{4} \cdot (-1)^{n-1}} //$$

とかいても正解