



2016年現代心理(映像)・社会・コミュ(福祉)第3問

3 実数 c を $c < \frac{3}{2}$ とし, $f(x) = (x-4)(x^2 - 3x - c^2 + 3c)$ とする. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸が異なる3点で交わり, それら3つの交点の x 座標がすべて正となる時の c の値の範囲を求めよ.
- (2) (1)の3つの交点の x 座標を小さい順に並べると等差数列となる時の c の値を求めよ. また, このときの交点の x 座標をすべて求めよ.
- (3) (1)の3つの交点の x 座標を小さい順に並べると等比数列となる時の c の値を求めよ. また, このときの交点の x 座標をすべて求めよ.
- (4) (2)の場合の曲線 $y = f(x)$ を C_1 とし, (3)の場合の曲線 $y = f(x)$ を C_2 とする. 曲線 C_1, C_2 と, y 軸で囲まれた図形の面積を求めよ.

$$(1) f(x) = (x-4)(x-c)\{x-(3-c)\}$$

∴ 交点の x 座標は, $4, c, 3-c$

$$\therefore 0 < c < \frac{3}{2} \text{ かつ } c \neq 3-c \iff \underline{0 < c < \frac{3}{2}} //$$

$$(2) 0 < c < \frac{3}{2} \text{ より, 小さい順に並べると, } c, 3-c, 4 //$$

$$\text{等差中項より, } 2(3-c) = c+4 \quad \therefore 3c = 2 \quad \therefore \underline{c = \frac{2}{3}} //$$

$$\text{このとき交点の } x \text{ 座標は, } \underline{\frac{2}{3}, \frac{7}{3}, 4} //$$

これは $0 < c < \frac{3}{2}$ をみたす

$$(3) \text{ 等比中項より, } (3-c)^2 = 4c //$$

$$\therefore c^2 - 10c + 9 = 0 //$$

$$(c-9)(c-1) = 0 \quad 0 < c < \frac{3}{2} \text{ より, } \underline{c=1} //$$

$$\text{このとき交点の } x \text{ 座標は, } \underline{1, 2, 4} //$$

$$(4) C_1: y = (x-4)\left(x-\frac{2}{3}\right)\left(x-\frac{7}{3}\right)$$

$$C_2: y = (x-4)(x-1)(x-2)$$

∴ C_1 と C_2 の交点を求めると,

$$(x-4)\left\{\left(x-\frac{2}{3}\right)\left(x-\frac{7}{3}\right) - (x-1)(x-2)\right\} = 0 //$$

$$\therefore -\frac{4}{9}(x-4) = 0 \quad \therefore (4, 0) \text{ のみ}$$

$$\therefore S = \int_0^4 -\frac{4}{9}(x-4) dx //$$

$$= -\frac{4}{9} \left[\frac{x^2}{2} - 4x \right]_0^4 //$$

$$= \underline{\frac{32}{9}} //$$

