

2016年工学部第3問

3  $a, b, c, m$  を整数とする.

(1)  $a - b$  と  $b - c$  がともに  $m$  の倍数ならば,  $a - c$  も  $m$  の倍数であることを示せ.

(2) 等式

$$a^{n+1} - b^{n+1} = a^n(a - b) + b(a^n - b^n) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を利用して, すべての自然数  $n$  に対して  $a^n - b^n$  は  $a - b$  の倍数であることを, 数学的帰納法により示せ.

(3) 2016 を素因数分解せよ. また,  $2^{2016}$  を 127 で割った余りを求めよ.