

2015年理工(物理・応用生物科・経営工) 第1問

1 次の文章中の  ア  から  ヨ  までに当てはまる数字0~9を求めよ.

(1) 実数  $a$  に対し, 2つの2次関数

$$f(x) = x^2 - 2a^2x - a^4 - 2a^2 - 8$$

$$g(x) = -x^2 + 2(a^2 - 4)x - 3a^4 - 2a^3 - 16$$

を考える.

(i) すべての実数  $x$  に対して  $g(x) < f(x)$  が成り立つための必要十分条件は

$$a > -\boxed{\text{ア}} \quad \text{かつ} \quad a \neq \boxed{\text{イ}}$$

である.

(ii)  $g(x)$  の最大値は  $-\boxed{\text{ウ}}a^4 - \boxed{\text{エ}}a^3 - \boxed{\text{オ}}a^2$  である.

(iii) 次の条件(\*)を満たす実数  $b$  がただ1つ存在するとする.

(\*) 「すべての実数  $x$  に対して  $g(x) \leq b \leq f(x)$  が成り立つ.」

このとき,

$$a = -\boxed{\text{カ}} \quad \text{または} \quad a = \boxed{\text{キ}}$$

であり,  $a = -\boxed{\text{カ}}$  のときは  $b = -\boxed{\text{ク}}\boxed{\text{ケ}}$ ,  $a = \boxed{\text{キ}}$  のときは  $b = -\boxed{\text{コ}}\boxed{\text{サ}}$  である.

(2) 次の条件で定められる数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  を考える.

$$a_1 = 1, \quad b_1 = -2, \quad \begin{cases} a_{n+1} \\ b_{n+1} \end{cases} = \begin{cases} 8a_n + b_n \\ -25a_n - 2b_n \end{cases} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

このとき

$$\boxed{\text{シ}} a_{n+1} + b_{n+1} = \boxed{\text{ス}} (\boxed{\text{シ}} a_n + b_n)$$

であるので,

$$b_n = \boxed{\text{セ}}^n - \boxed{\text{ソ}} a_n$$

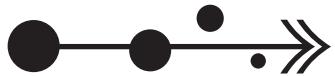
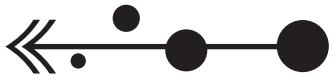
である. これにより

$$\frac{a_{n+1}}{\boxed{\text{タ}}^n} = \frac{a_n}{\boxed{\text{タ}}^{n-1}} + 1$$

となる. したがって

$$a_n = n \cdot \boxed{\text{チ}}^{n-\boxed{\text{ツ}}}$$

となる.



(3) 平面上に、 $\triangle ABC$  とその内部の点 O をとったとき、

$$OA = 1 + \sqrt{3}$$

$$OB = \sqrt{3}$$

$$OC = \sqrt{2}$$

$$\sqrt{3}\vec{OA} + 2\vec{OB} + 3\vec{OC} = \vec{0}$$

となっていた。

このとき、内積  $\vec{OA} \cdot \vec{OB}$  の値は  $\frac{-\boxed{\text{テ}} - \sqrt{\boxed{\text{ト}}}}{\boxed{\text{ナ}}}$  であるので

$$\angle AOB = \boxed{\text{ニ ヌ ネ}}^\circ$$

である。同様に  $\vec{OA} \cdot \vec{OC} = -\boxed{\text{ノ}} - \sqrt{\boxed{\text{ハ}}}$  から

$$\angle AOC = \boxed{\text{ヒ フ ヘ}}^\circ$$

である。したがって、

$$\angle BOC = \boxed{\text{ホ マ ミ}}^\circ$$

となる。また、

$$\sin \boxed{\text{ホ マ ミ}}^\circ = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ム}}} (\boxed{\text{メ}} + \sqrt{\boxed{\text{モ}}})}{4}$$

である。したがって、 $\triangle ABC$  の面積は  $\boxed{\text{ヤ}} + \frac{\boxed{\text{ユ}} \sqrt{\boxed{\text{ヨ}}}}{2}$  である。