

2013年薬学部第1問

1 方程式  $2\log_2|x-4| + \log_2(x+8) = a$  を考える。  $a$  は定数である。このとき、次の間に答えなさい。

(1) この方程式が解  $x=0$  をもつとき  $a = \boxed{\text{ア}}$  である。

(2)  $a = 3 + \log_2 5$  のとき、この方程式の解  $x$  は

$$x = \boxed{\text{イ}} \frac{\boxed{\text{ウエ}} \pm \boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}, \quad \sqrt{\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{フ}}}}$$

である。

(3) この方程式の解  $x$  の個数がちょうど2個となるとき  $a$  の値は  $a = \boxed{\text{キ}}$  である。また、このときの解  $x$  は  $x = \boxed{\text{クケ}}$ ,  $\boxed{\text{コ}}$  である。また  $a = 5\log_2 3$  のとき、この方程式の解  $x$  の個数はちょうど  $\boxed{\text{サ}}$  個である。

(1)  $x=0$  を代入すると、 $2\log_2 4 + \log_2 8 = a$

$$\therefore \underline{a=7}$$

(2)  $a = 3 + \log_2 5$

$$= \log_2 8 + \log_2 5$$

$$= \log_2 40$$

真数条件より、 $x \neq 4$  かつ  $x > -8$  ... ①

このとき、

$$\log_2(4-x)^2 + \log_2(x+8) = \log_2 40$$

$$\therefore \log_2(4-x)^2(x+8) = \log_2 40$$

$$\therefore (4-x)^2(x+8) = 40$$

$$\therefore x^3 - 48x + 88 = 0$$

$$\therefore (x-2)(x^2 + 2x - 44) = 0$$

$$x^2 + 2x - 44 = 0 \text{ を解くと、} x = -1 \pm 3\sqrt{5}$$

$$\text{①をみたすので } \underline{x=2, -1 \pm 3\sqrt{5}}$$

(3)  $\log_2(x-4)^2(x+8) - \log_2 2^a = 0$

すなわち、

$$f(x) = x^3 - 48x + 128 - 2^a \text{ とおくと、}$$

$f(x) = 0$  の解が2個であればよい

$$f(x) = 3x^2 - 48 = 3(x+4)(x-4) \text{ より。}$$

①の範囲で  $f(x) = 0$  が重解をもつのは、

$x = -4$  のとき、

$$\therefore f(-4) = -64 + 192 + 128 - 2^a = 0$$

$$\therefore \underline{a=8}$$

このとき、解は  $\underline{x = -4, 8}$

$a = 5\log_2 3$  のとき、

$$f(x) = x^3 - 48x - 115$$

$$\therefore f(-8) = -243 < 0, f(-4) = 13 > 0$$

$$f(4) = -243 < 0 \text{ より、}$$

解は 3個