

2014年文・法第3問


 数理解石井

3 点Pの座標 $(x, y)$ が、 $x^2 + y^2 = 1$ ,  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$ を満たすものとする。原点をOとし、OPとx軸のなす角を $\theta$ とする。このとき、以下の間に答えよ。

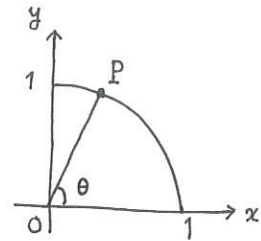
(1)  $0 \leq \theta \leq \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} \pi$ である。

(2)  $x = \cos \theta$ ,  $y = \sin \theta$ とおくと、

$$x^2 - y^2 + 2\sqrt{3}xy = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{2} \sin \left( \frac{\boxed{\text{タ}}}{2} \theta + \frac{\pi}{\boxed{\text{チ}}}{6} \right)$$

である。

(3)  $x^2 - y^2 + 2\sqrt{3}xy$ の最大値は、 $x = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ツ}}}}{\boxed{\text{テ}}}$ のとき  $\frac{\boxed{\text{ト}}}{2}$  である。



(1)  $0 \leq \theta \leq \frac{1}{2} \pi$  //

$$\begin{aligned} (2) \quad x^2 - y^2 + 2\sqrt{3}xy &= \cos^2 \theta - \sin^2 \theta + \sqrt{3} \cdot 2 \sin \theta \cos \theta \\ &= \cos 2\theta + \sqrt{3} \sin 2\theta \\ &= 2 \left( \sin 2\theta \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \cos 2\theta \cdot \frac{1}{2} \right) \\ &= 2 \sin \left( 2\theta + \frac{\pi}{6} \right) // \end{aligned}$$

(3)  $0 \leq \theta \leq \frac{1}{2} \pi$  より、 $\frac{\pi}{6} \leq 2\theta + \frac{\pi}{6} \leq \frac{7}{6} \pi$

∴ 最大値は(2)より、 $\frac{2}{1}$  //

そのときの $x$ は、 $2\theta + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \theta = \frac{\pi}{6}$

$$\Leftrightarrow x = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} //$$

