

お茶の水女子大学

数理
石井K

2014年 第1問

1 座標平面上に動点Pが初め原点(0, 0)にある. 1つのさいころをくり返し投げて, その出た目に応じて, 以下のようにPを動かしていく.

- (i) さいころの出た目が1, 3, 5であれば, Pはx軸に平行に正の向きに1動く.
- (ii) 出た目が2, 4であれば, Pはy軸に平行に正の向きに1動く.
- (iii) 出た目が6であれば, Pは直線 $y = x$ に関して対称な点に動く.

以下の問いに答えよ.

- (1) さいころを2回投げたときにPが点(1, 0)に動く確率を求めよ.
- (2) さいころを5回投げたときにPが点(2, 3)に動く確率を求めよ.
- (3) さいころを5回投げたときにPが直線 $x = 4$ 上の点に動く確率を求めよ.

(1). $(6, 1), (6, 3), (6, 5), (2, 6), (4, 6)$ の5通りなので, $\frac{5}{6^2} = \frac{5}{36}$ //

(2) 座標 (x, y) に対して値 $z = x + y$ で定義すると.

操作(i), (ii)では z の値が1増加する. (iii)では変化しない

∴ 5回ぶって $z = 5$ ということは. (iii)は起きないことがわかる.

$$\therefore \left(\frac{3}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{6}\right)^3 \cdot 5C_2 = \frac{5}{54}$$

(3) 考えられるのは. $(4, 0)$ と $(4, 1)$

① $(4, 0)$ に動く場合.

ちょうど1回操作(iii)が起きて. それ以前は(ii)のみ. それ以後は(i)のみ.

$$\text{iii} \rightarrow \text{i} \rightarrow \text{i} \rightarrow \text{i} \rightarrow \text{i} \quad \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{3}{6}\right)^4 = \frac{81}{6^5}$$

$$\text{ii} \rightarrow \text{iii} \rightarrow \text{i} \rightarrow \text{i} \rightarrow \text{i} \quad \frac{2}{6} \cdot \left(\frac{1}{6}\right) \cdot \left(\frac{3}{6}\right)^3 = \frac{54}{6^5}$$

$$\text{ii} \rightarrow \text{ii} \rightarrow \text{iii} \rightarrow \text{i} \rightarrow \text{i} \quad \left(\frac{2}{6}\right)^2 \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{3}{6}\right)^2 = \frac{36}{6^5}$$

$$\text{ii} \rightarrow \text{ii} \rightarrow \text{ii} \rightarrow \text{iii} \rightarrow \text{i} \quad \left(\frac{2}{6}\right)^3 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{6} = \frac{24}{6^5}$$

$$\text{ii} \rightarrow \text{ii} \rightarrow \text{ii} \rightarrow \text{ii} \rightarrow \text{iii} \quad \left(\frac{2}{6}\right)^4 \cdot \frac{1}{6} = \frac{16}{6^5}$$

② $(4, 1)$ に動く場合.

$$(2) \text{ と同様 } \left(\frac{3}{6}\right)^4 \cdot \left(\frac{2}{6}\right) \cdot 5C_1 = \frac{810}{6^5}$$

$$\text{①, ② より } \frac{81 + 54 + 36 + 24 + 16 + 810}{6^5} = \frac{1021}{7776}$$