



2015年 理学部 第3問

3 曲線 $C_1 : y = \log x$ ($x > 0$) と曲線 $C_2 : y = -x^2 + a$ を考える。ただし、 \log は自然対数を表す。以下の各問に答えよ。

- (1) 曲線 C_1 上の点 $P(t, \log t)$ における法線 l の方程式を求めよ。ただし、曲線上の点 P における法線とは、点 P を通り、点 P における接線に垂直に交わる直線のことである。
- (2) (1) で求めた法線 l と曲線 C_2 が接するとき、 a の値を t を用いて表せ。また、 C_2 と l が接する点 Q の座標を t を用いて表せ。
- (3) (2) で求めた点 Q を通り y 軸に平行な直線、点 P を通り y 軸に平行な直線、 x 軸、および曲線 C_1 で囲まれた図形の面積 $S(t)$ を求めよ。
- (4) (3) で求めた $S(t)$ の極値を求めよ。