

佐賀大学

2012年 農学部 第5問

5 $\triangle ABC$ において、 $OA = a$, $OB = b$, $\angle AOB = \theta$ とおく。ただし、 $a \geq b$ および $0^\circ < \theta < 90^\circ$ とする。点 B から辺 OA に下ろした垂線の足を A_1 とする。また点 A_1 を通って辺 AB に平行な直線と、辺 OB との交点を B_1 とする。次に点 B_1 から辺 OA_1 に下ろした垂線の足を A_2 とし、点 A_2 を通って辺 A_1B_1 に平行な直線と、辺 OB_1 との交点を B_2 とする。以下、この操作を続け、三角形の列

$$\triangle OA_1B_1, \triangle OA_2B_2, \dots, \triangle OA_nB_n$$

をとる。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $\triangle OA_nB_n$ は、 $\triangle OAB$ に相似であることを示せ。
- (2) $\frac{A_nB_n}{A_{n-1}B_{n-1}}$ を a, b, θ の式で表せ。
- (3) $\triangle OA_kB_k$ の面積を S_k とする。 $a = 2, b = 1, \theta = 30^\circ$ のとき、 $S_1 + S_2 + \dots + S_n$ を n の式で表せ。