

2014年工学部第2問

2 n は正の整数とする. 等式 ${}_nC_0 + {}_nC_1x + {}_nC_2x^2 + \cdots + {}_nC_nx^n = (1+x)^n$ を用いて, 次の等式が成り立つことを示せ.

$$(1) {}_nC_0 - {}_nC_1 + {}_nC_2 - \cdots + (-1)^n \cdot {}_nC_n = 0$$

$$(2) {}_nC_1 + 2 \cdot {}_nC_2 + 3 \cdot {}_nC_3 + \cdots + n \cdot {}_nC_n = n \cdot 2^{n-1}$$

$$(3) {}_nC_0 + 2 \cdot {}_nC_1 + 3 \cdot {}_nC_2 + \cdots + (n+1) \cdot {}_nC_n = (n+2) \cdot 2^{n-1}$$