



2016年理学部第1問

1 次の文中の ア ~ ヌ にあてはまる最も適切な数値を答えなさい。

(1) 平面上のベクトル \vec{a} と \vec{b} が

$$|\vec{a}| = 2, \quad |\vec{b}| = \sqrt{3}, \quad |\vec{a} - 2\vec{b}| = 2\sqrt{2}$$

を満たすとき $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ ア である。また $|\vec{a} + t\vec{b}|$ を最小にする実数 t の値は $\frac{\text{イ}}{\text{ウ}}$ である。

(2) 1次不定方程式 $17x + 59y = 1$ のすべての整数解は、 n を任意の整数として

$$x = 59n + \text{エ}, \quad y = -17n + \text{オ}$$

である。

(3) i を虚数単位とし、 $z = -1 + \sqrt{3}i$ とすると、

$$z^2 = \text{カ} + \text{キ} \sqrt{3}i, \quad z^3 = \text{ク} + \text{ケ} \sqrt{3}i$$

である。また、 z^n を n について 1 から 9 まで足し合わせると、

$$\sum_{n=1}^9 z^n = \text{コ} \text{サ} (\text{シ} + \text{ス} \sqrt{3}i)$$

となる。

(4) $\log_{15} 900 = \text{セ} + \frac{\text{ソ}}{\log_2 \text{タ} + \log_2 \text{チ}}$ である。

(5) 区間 $[0, \pi]$ を定義域とする 2 つの関数 $f_1(x) = \cos(x + \alpha) + d$ と $f_2(x) = \cos(x - \alpha) - d$ を考える。 $\alpha = \frac{\pi}{4}$, $d = \frac{1}{4}$ のとき、これら 2 つの関数のグラフの交点の x 座標は

$$\sin x = \frac{\sqrt{\text{ツ}}}{\text{テ}}$$

を満足する。

また、 $\alpha = \frac{\pi}{6}$ のとき、 $d = \frac{\text{ト}}{\text{ナ}}$ であればこれら 2 つの関数のグラフは、 $x = \frac{\text{ニ}}{\text{ヌ}} \pi$ で接している。