0001894545018999

北里大学

2014年 獣医学部・海洋生命科学学部 第1問　1枚目/2枚

数理 石井K

1 次の $\boxed{}$ にあてはまる答を求めよ．

(1) $0<x<1$ とする．$x^2+\dfrac{1}{x^2}=6$ のとき，$x+\dfrac{1}{x}=\boxed{ア}$，$x^3=\boxed{イ}$ である．

$2\sqrt{2}$　$5\sqrt{2}-7$

(2) a，b は正の定数とする．2次方程式 $x^2+ax+b=0$ の2つの解を α，β とする．2次方程式 $x^2+(a^2-4a)x+a-b=0$ が2つの数 $\alpha+3$，$\beta+3$ を解とするとき，a，b の値は $a=\boxed{ウ}$，$b=\boxed{エ}$ である．

3　$\dfrac{3}{2}$

(3) $0\leqq\theta<2\pi$ のとき，不等式 $\sin\theta-\sqrt{3}\cos\theta\geqq 1$ が成り立つ θ の範囲は $\boxed{オ}$ である．$\boxed{オ}$ の範囲で $2\cos 2\theta+3\sin\theta$ は最大値 $\boxed{カ}$，最小値 $\boxed{キ}$ をとる．

$\dfrac{41}{16}$　$-\dfrac{1}{2}$　$\dfrac{\pi}{2}\leqq\theta\leqq\dfrac{7}{6}\pi$

(4) 正十六角形 $A_1A_2\cdots A_{16}$ の16個の頂点のうちの3個を頂点とする三角形の総数は $\boxed{ク}$ である．これらの三角形のうち，直角三角形の個数は $\boxed{ケ}$ 個であり，鈍角三角形の個数は $\boxed{コ}$ 個である．

560　112　336

(1) $\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2=x^2+\dfrac{1}{x^2}+2=8$　$0<x<1$ より，$\underline{x+\dfrac{1}{x}=2\sqrt{2}}$ //

$x+\dfrac{1}{x}=2\sqrt{2}$ の両辺に x をかけて，$x^2-2\sqrt{2}x+1=0$　$0<x<1$ より，$x=\dfrac{2\sqrt{2}-2}{2}=\sqrt{2}-1$

$\therefore\ x^3=x(2\sqrt{2}x-1)=2\sqrt{2}(2\sqrt{2}x-1)-x=7x-2\sqrt{2}=\underline{5\sqrt{2}-7}$ //

(2) 解と係数の関係より，$\alpha+\beta=-a$，$\alpha\beta=b$

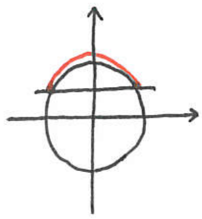
また，$\alpha+3+\beta+3=4a-a^2$　$\therefore\ a^2-5a+6=0$　$\therefore\ (a-3)(a-2)=0$　$\therefore\ a=2,3$

$(\alpha+3)(\beta+3)=a-b$　$\therefore\ b+3\cdot(-a)+9=a-b$　$\therefore\ b=2a-\dfrac{9}{2}$

$a,b>0$ より，$\underline{(a,b)=\left(3,\dfrac{3}{2}\right)}$ //

(3) $\sin\theta-\sqrt{3}\cos\theta=2\left(\sin\theta\cdot\dfrac{1}{2}-\cos\theta\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$=2\sin\left(\theta-\dfrac{\pi}{3}\right)$



$\therefore\ \sin\left(\theta-\dfrac{\pi}{3}\right)\geqq\dfrac{1}{2}$　ここで，$0\leqq\theta<2\pi$ より，$-\dfrac{\pi}{3}\leqq\theta-\dfrac{\pi}{3}<\dfrac{5\pi}{3}$

$\therefore\ \dfrac{\pi}{6}\leqq\theta-\dfrac{\pi}{3}\leqq\dfrac{5\pi}{6}$　$\therefore\ \underline{\dfrac{\pi}{2}\leqq\theta\leqq\dfrac{7}{6}\pi}$ //

$y=2\cos 2\theta+3\sin\theta$ とおくと，$y=-4\sin^2\theta+3\sin\theta+2$

$=-4\left(\sin\theta-\dfrac{3}{8}\right)^2+\dfrac{41}{16}$

$\dfrac{\pi}{2}\leqq\theta\leqq\dfrac{7}{6}\pi$ において $-\dfrac{1}{2}\leqq\sin\theta\leqq 1$ より $\underline{y\text{の最大値は}\ \dfrac{41}{16}，\text{最小値は}\ -\dfrac{1}{2}}$ //

0001894545018999

北里大学

2014年 獣医学部・海洋生命科学学部 第1問　　2枚目／2枚

数理 石井K

1 次の $\boxed{}$ にあてはまる答を求めよ．

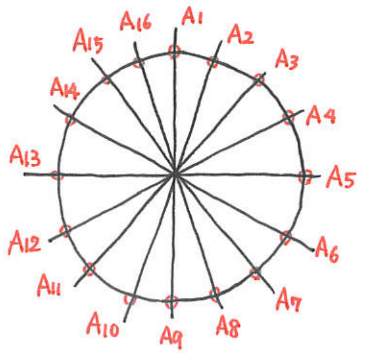
(1) $0 < x < 1$ とする．$x^2 + \dfrac{1}{x^2} = 6$ のとき，$x + \dfrac{1}{x} = \boxed{ア}$，$x^3 = \boxed{イ}$ である．

(2) a，b は正の定数とする．2次方程式 $x^2 + ax + b = 0$ の2つの解を α，β とする．2次方程式 $x^2 + (a^2 - 4a)x + a - b = 0$ が2つの数 $\alpha + 3$，$\beta + 3$ を解とするとき，a，b の値は $a = \boxed{ウ}$，$b = \boxed{エ}$ である．

(3) $0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，不等式 $\sin\theta - \sqrt{3}\cos\theta \geqq 1$ が成り立つ θ の範囲は $\boxed{オ}$ である．$\boxed{オ}$ の範囲で $2\cos 2\theta + 3\sin\theta$ は最大値 $\boxed{カ}$，最小値 $\boxed{キ}$ をとる．

(4) 正十六角形 $A_1A_2 \cdots A_{16}$ の16個の頂点のうちの3個を頂点とする三角形の総数は $\boxed{ク}$ である．これらの三角形のうち，直角三角形の個数は $\boxed{ケ}$ 個であり，鈍角三角形の個数は $\boxed{コ}$ 個である．

(4) 三角形の総数は $_{16}C_3 = \dfrac{16 \cdot 15 \cdot 14}{1 \cdot 2 \cdot 3} = \underline{560 個}$ //



直径の選び方が8通りで残りの1頂点の選び方は

14通りなので，$8 \times 14 = \underline{112 個}$ //

鈍角の選び方が16通り．

鈍角の右側にある点が鈍角の k 個となりにあるとすると，

残りの1点は鈍角の左側で，1個となり〜 $7-k$ 個となりまでの

$7-k$ 個が考えられる．ただし ($k = 1, 2, 3, 4, 5, 6$)

$\therefore \displaystyle\sum_{k=1}^{6} 7-k = 42 - \frac{1}{2}\cdot 6 \cdot 7 = 21$

$\therefore\ 16 \times 21 = \underline{336 個}$ //