



2014年医学部第3問

3 a は $0 < a < e$ を満たす定数とする。曲線 $y = \log x$ 上の点 $A(a, \log a)$ における接線を ℓ , 法線を m とおく。以下の間に答えよ。必要ならば $e = \lim_{k \rightarrow 0} (1+k)^{\frac{1}{k}}$ で, $2.718 < e < 2.719$ であることを用いてよい。

- (1) 接線 ℓ の方程式を a を用いて表せ。
- (2) 接線 ℓ が x 軸と交わる点を P , y 軸と交わる点を Q とし, 原点を O とする。三角形 OPQ の面積を $S(a)$ とおくとき, $S(a)$ を a を用いて表せ。
- (3) a が $0 < a < e$ の範囲を動くとき, (2) の $S(a)$ を最大にする a の値と $S(a)$ の最大値を求めよ。
- (4) a が $0 < a < e$ の範囲を動くとき, 法線 m が点 $(e, 0)$ を通るような a の値の個数はただ 1 個であることを示せ。