北里大学

2013 年 理学部 第 2 問

$\boxed{2}$ 次の文中の $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{ホ}}$ にあてはまる最も適切な数を答えなさい．

放物線 $y=-x^2+1$ を C_1，また $y=(x-t)^2+kt+1$ を C_2 とする．ここで $k>0$ とし，t は任意の実数値をとるものとする．t の値が変化するに従い，C_2 の頂点の軌跡はある直線になる．この直線を L とする．

(1) $k=1$ の場合を考える．このとき，直線 L の方程式は，$y=\boxed{\text{ア}}x+\boxed{\text{イ}}$ である．また C_1 および L によって囲まれた部分の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である．

(2) $k=\dfrac{1}{2}$ の場合を考える．C_1 と C_2 がただ 1 つの点で接する場合，接点の座標は

$$(x,\ y)=(\boxed{\text{オ}},\ \boxed{\text{カ}})$$

および

$$(x,\ y)=\left(\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}},\ \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\right)$$

である．

C_1 と C_2 が 2 つの共有点をもつのは，$\boxed{\text{サ}}<t<\boxed{\text{シ}}$ のときである．このとき，それらの x 座標を α，β $(\alpha<\beta)$ とすれば，

$$\alpha+\beta=\boxed{\text{ス}}t+\boxed{\text{セ}},\quad \alpha\beta=\frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}t^2+\frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}t+\boxed{\text{テ}}$$

である．また，C_1 と C_2 によって囲まれた部分の面積 $S(t)$ は，

$$S(t)=\frac{1}{\boxed{\text{ト}}}(\boxed{\text{ナ}}t^2+\boxed{\text{ニ}}t+\boxed{\text{ヌ}})^p,\quad \text{ただし } p=\frac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}$$

である．この面積は $t=\dfrac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}$ のとき最大値 $\dfrac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘ}}\boxed{\text{ホ}}}$ をとる．