近畿大学

2016 年 理系 第 2 問

$\boxed{2}$ 等式

$$f'(x) = x^2 + 2\left(\int_0^1 f(t)\,dt\right)x$$

を満たす関数 $y = f(x)$ を考える．$c = \displaystyle\int_0^1 f(t)\,dt$ とおく．

(1) $f(x) = \dfrac{1}{3}x^3 + cx^2 + \left(\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}c - \dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エオ}}}\right)$ であり，

$f(0) = 1$ のとき，$c = \dfrac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ である．

(2) $c < 0$ とし，$f(x)$ は $0 \leqq x \leqq 1$ において $x = 1$ で最大値をとるものとする．このとき，c のとりうる最小の値は

$$\frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

であり，$f(x)$ の $0 \leqq x \leqq 1$ における最小値は c を用いて

$$\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}c^{\boxed{\text{セ}}} + \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}c - \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$$

と表すことができる．

(3) 座標平面において，関数 $y = f(x)$ のグラフと直線

$$y = -\frac{3}{4}c^2x - \frac{1}{12}$$

が点 $(-1,\ f(-1))$ で接するとき，$c = \boxed{\text{ト}}$ である．このとき，2 つのグラフのもう 1 つの共有点の x 座標は $\boxed{\text{ナニ}}$ である．