0002165454387999

近畿大学

2015年 医学部 第3問

数理 石井K

[3] 数列1, 1, 4, 1, 4, 7, 1, 4, 7, 10, 1, 4, 7, 10, 13, 1, …について，次の問に答えよ.

(1) 第200項を求めよ.

(2) 初項から第200項までの和を求めよ.

(3) 初項から第n項までの和をS_nとする. $5000 < S_n < 6000$を満たすnはいくつあるか. その個数を求めよ.

(1) m回目の1が出るのが第a_m項であるとすると.

$$a_m = \left(\sum_{k=1}^{m-1} k\right) + 1$$

$$= \frac{1}{2}(m-1)m + 1$$

$$= \frac{1}{2}(m^2 - m + 2)$$

$\therefore\ a_{20} = 191,\ a_{21} = 211$

$\therefore$ 第191項は1, 第192項は4, …, 第200項は $1 + 3(10-1) = \underline{28}$ //

(2) m回目の1から$m+1$回目の1の直前までの和をS_mとおくと.

$$S_m = \frac{1}{2}m\{1 + 1 + (m-1)\cdot 3\} = \frac{1}{2}m(3m-1)$$

$$\therefore\ S = \left\{\sum_{m=1}^{19} \frac{1}{2}m(3m-1)\right\} + 1 + 4 + 7 + \cdots + 28$$

$$= \frac{3}{2}\cdot\frac{1}{6}\cdot 19\cdot 20\cdot 39 - \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot 19\cdot 20 + \frac{1}{2}\cdot 10(1+28)$$

$$= \underline{3755}$$ //

(3) $$\sum_{m=1}^{N} S_m = \sum_{m=1}^{N} \frac{3}{2}m^2 - \frac{1}{2}m$$

$$= \frac{3}{2}\cdot\frac{1}{6}N(N+1)(2N+1) - \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}N(N+1)$$

$$= \frac{1}{2}N^2(N+1)$$

これを$f(N)$とおくと, $f(21) = 4851$, $f(22) = 5566$, $f(23) = 6348$

$\therefore\ 4851 + \frac{1}{2}p\{2 + 3(p-1)\} > 5000$ となるのは. $p = 11, 12, \cdots, 22$

$5566 + \frac{1}{2}q\{2 + 3(q-1)\} < 6000$ となるのは. $q = 1, 2, \cdots, 17$

$\therefore$ あわせて. $(22 - 11 + 1) + 17 = \underline{29個}$ //